Überlegungen zu einer allgemeingültigen Physik ohne „Kontraktion der Längen“ und „Dilatation der Zeit“

.

.

.

(5) Nicht-relativistische Begründung der Relativität der Trägheit

.

Teil 4: Zur Deutung des Goldenen Schnittes in den Parametern der „kinetischen Gesamtmasse“ des Elektrons

Zusammenfassung: Nachdem in den vorangehenden Texten gezeigt wurde, dass die klassische Formel der kinetischen Energie $E_{kin} = mv^2/2$ nur mit der „kinetischen Gesamtmasse“ (verstanden als Trägheitswiderstand gegen eine Beschleunigung in Bewegungsrichtung) allgemeingültig ist, wird im vorliegenden Text nachgewiesen, dass diese longitudinale „bewegte Masse“ dann gleich zwei Elektronenruhemassen ist, wenn die Elektronengeschwindigkeit als $v = \sqrt{\tau}\, c$ definiert ist (mit $\tau = 0{,}6180339887$ als Kehrwert der Goldenen Zahl: $\frac{1}{\tau} = \phi = 1{,}6180339887 = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$). Diese Tatsache und den Befund, dass sich das Quadrat dieser Geschwindigkeit zu der gesetzmäßig mit ihr korrelierten Spannung V verhält wie die spezifische Ladung des ruhenden Elektrons:($\frac{v^2}{V} = \frac{e}{m_e}$), deutet Verf. als einen Hinweis darauf, dass der longitudinalen „kinetischen Gesamtmasse“ die gleiche physikalische Realität zuzuschreiben ist wie der etwas kleineren transversalen Impulsmasse. Es wird eine nicht-relativistische Begründung des Einsteinschen Satzes von der Grenzgeschwindigkeit aus dem Prinzip der Stetigen Teilung zur Diskussion gestellt.

1. In den vorangehenden Texten wurde gezeigt, dass sich die kinetische Energie des Elektrons in absoluter Übereinstimmung mit den aus den kanonischen Formeln $E_{kin} = eV$ und $E_{kin} = m_0 c^2 (1/\sqrt{1-(v/c)^2} - 1)$ berechneten Werten *bei beliebiger Geschwindigkeit* $< c$ auch aus der klassischen Formel $E_{kin} = mv^2/2$ berechnen lässt, wenn die einzusetzende Masse als „kinetische Gesamtmasse“ z. B. nach der Formel

$$m_{\text{int}} = m_0 + \frac{eV}{c^2} + \frac{eV}{c^2} \cdot \frac{eV}{v^2} \cdot \frac{\sqrt{1-(v/c)^2}}{m_0} \ldots$$

(1) definiert wird. Wie man Gl. (1) unmittelbar entnimmt, werden für die Berechnung der „kinetischen Gesamtmasse“ nur Größen herangezogen, die auch bisher schon in den Formeln der kinetischen Energie enthalten sind. Die beiden ersten Summanden liefern die „transversale“ Impulsmasse des Elektrons, während der dritte Summand zusammen mit der Impulsmasse die „kinetische Gesamtmasse“ ausmacht.

1. 1. Unter einer „beliebigen Geschwindigkeit $< c$“ wird hier eine in einem *ruhenden* Bezugssystem gemessene Geschwindigkeit verstanden, die sich der Vakuumlichtgeschwindigkeit beliebig weit annähert, ohne sie je zu erreichen. Eine Formel, die bei beliebiger Geschwindigkeit eine geschwindigkeitsabhängige physikalische Erscheinung in Übereinstimmung mit der Erfahrung berechnet, wird hier „allgemeingültig“ genannt.

1. 2. Die Geltung der klassischen Formel $E_{kin} = mv^2 / 2$ wird in der modernen Physik auf Geschwindigkeiten $v <<< c$ beschränkt, weil bisher keine „bewegte Masse" definiert werden konnte, mit der diese Formel allgemeingültig wäre. Lenard hat seinerzeit daraus abgeleitet: „Die gewöhnliche Angabe $mv^2 / 2$ für kinetische Energie [...] ist nicht Definition dieser Energieform, sondern nur eine für nicht zu große Geschwindigkeiten geltende Rechenformel [...]." [1]. Er erklärt nicht ausdrücklich, ob er die Definition der einzusetzenden Masse m oder aber den Faktor $v^2 / 2$ für die nachweisbare Unzulänglichkeit der klassischen Formel verantwortlich macht. Verf. geht im Widerspruch zu jenen Autoren, die das halbe Geschwindigkeitsquadrat für die Unzulänglichkeit der klassischen Formel verantwortlich machen, dezidiert davon aus, dass nicht der Faktor $v^2 / 2$ einer Korrektur bedarf, sondern die Definition der einzusetzenden „bewegten Masse". Diese Forderung erfüllt Gl. (1).

1. 3. Die hier zur Diskussion gestellte „kinetische Gesamtmasse" ist nicht identisch mit der seinerzeit von Lorentz in die Physik eingeführten und nach der Formel $m_{long} = m_0 / (\sqrt{1 - v^2 / c^2})^3$ berechneten etwas größeren „longitudinalen Masse", von der sich zeigen lässt, dass sich mit ihr die kinetische Energie aus der klassischen Formel genau so wenig in Übereinstimmung mit der Erfahrung berechnen lässt wie mit der Impulsmasse oder der Ruhemasse.

2. Der Goldene Schnitt in den Parametern der „kinetischen Gesamtmasse" wurde bei der Suche nach einer Formel entdeckt, mit der sich die Geschwindigkeit des Elektrons massen*unabhängig* berechnen lässt.

2. 1. Eine massen*abhängige* Formel der Elektronengeschwindigkeit lässt sich aus $eV = mv^2 / 2$ ableiten, wenn zunächst die Allgemeingültigkeit dieser Gleichsetzung vorausgesetzt wird. Man erhält durch Auflösung nach v die Formel $v = \sqrt{2eV / m}$. Diese Formel wird auch in vielen modernen Texten und insbesondere in den Anleitungen für Experimente zur Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons genannt, wobei nicht immer gesagt wird, dass und warum sie nicht allgemeingültig ist.

2. 2. Es ist unmittelbar einsichtig, dass auch dann, wenn diese Formel durch Einsetzen der „kinetischen Gesamtmasse" allgemeingültig gemacht wird, die Geschwindigkeit des Elektrons aus $v = \sqrt{2eV / m_{inz}}$ nur berechnet werden kann, wenn die zu der zu berechnenden Geschwindigkeit gehörende „kinetische Gesamtmasse" bereits bekannt ist oder vorgegeben wird, da für deren Berechnung bereits die Geschwindigkeit benötigt wird.

3. Auf der Suche nach einer massen*unabhängigen* Geschwindigkeitsformel, die dieses Problem umgeht, ging Verf. von der heuristischen Vorgabe aus, dass es hilfreich sein könnte, jene Geschwindigkeiten mit einander zu vergleichen, bei denen die Impulsmasse einerseits und die „kinetische Gesamtmasse" andererseits gleich zwei Elektronenruhemassen ist. Da für die Impulsmasse die „Verdoppelungsgeschwindigkeit" durch $v = \sqrt{3/4}\, c$ gegeben ist, war zu überprüfen, ob nicht auch für die „kinetische Gesamtmasse" diese Geschwindigkeit durch einen irgendwie besonderen und deshalb leichter aufzufindenden Wert gegeben sein könnte. Diese Vermutung hat sich auf Anhieb bestätigt:

3. 1. Aus $m_{\text{int}} = 2eV/v^2$ erhält man unter der Voraussetzung, dass $m_{\text{int}} = 2m_e$ sei, zunächst $2m_e = 2eV/v^2$ und somit: $\frac{v^2}{V_{m_{\text{int}}=2m_e}} = \frac{e}{m_e}$.

(2)

Durch den Index $_{m_{\text{int}} = 2m_e}$ wird nachfolgend die Spannung, bei der die „kinetische Gesamtmasse" gleich zwei Elektronenruhemassen ist, von einer beliebigen Spannung V und von jener Spannung $U = m_0c^2/e$ unterschieden, bei der die Impulsmasse gleich zwei Elektronenruhemassen ist.

3. 2. Gl. (2) zeigt unmittelbar, dass sich das Quadrat jener Geschwindigkeit, bei der die "kinetische Gesamtmasse" gleich zwei Elektronenruhemassen ist, zur der mit dieser Geschwindigkeit gesetzmäßig korrelierten Spannung $V_{m_{\text{int}}=2m_e}$ verhält wie die elektrische Elementarladung zur Elektronenruhemasse. Dieser besondere Zusammenhang, den Verf. als einen Hinweis auf die reale Existenz der „kinetischen Gesamtmasse" deutet, ist schon deswegen auffällig, weil die Geschwindigkeitsabhängigkeit der „bewegten Masse" seinerzeit aus dem experimentellen Befund abgeleitet wurde, dass die spezifische Ladung des Elektrons mit zunehmender Geschwindigkeit *abnimmt.* Das konnte angesichts der Geschwindigkeitsunabhängigkeit der elektrischen Elementarladung e nur dahingehend gedeutet werden, dass die Masse mit der Geschwindigkeit *zunimmt.* Seither wird zwischen der geschwindigkeitsunabhängigen unveränderlichen „Ruhe-masse" und der geschwindigkeitsabhängigen „bewegten Masse" unterschieden.

3. 3. Ausgehend von Gl. (2) ließ sich zeigen, dass die „kinetische Gesamtmasse" dann gleich zwei Elektronenruhemassen ist, wenn die Geschwindigkeit durch $v = \sqrt{\tau}\ c$ definiert ist (mit $\tau = 0{,}6180339887...$ als Kehrwert der Goldenen Zahl $\phi = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 1{,}6180339887....$).

3. 3. 1. Der barfußmathematische Nachweis dieses Zusammenhangs wird im Anhang in einiger Ausführlichkeit referiert, um zu zeigen, dass der Goldene Schnitt nicht präjudizierend in die Elektronenparameter eingeführt wurde. An dieser Stelle ist nur das Endergebnis physikalisch zu deuten:

4. Die Tatsache, dass der Kehrwert der Goldenen Zahl in den Elektronenparametern " vorkommt, erfordert als solche selbstredend keine Erklärung, da in einer lückenlosen Tabelle der Elektronengeschwindigkeiten auch das τ-fache und das $\sqrt{\tau}$-fache der Vakuumlichtgeschwindigkeit enthalten sein muss.

4. 1. Trivial ist bei aller Auffälligkeit auch die Tatsache, dass in diesen Fällen, wenn man $c = 1$ setzt, für $v = \tau \cdot c$ in Übereinstimmung mit der Regel des Goldenen Schnittes die Beziehung $\frac{1-\tau}{\tau} = \frac{\tau}{1} = 0{,}618033...$ gilt und dass für $v = \sqrt{\tau} \cdot c = 0{,}786151378\ c$ die analoge Beziehung $\frac{c^2 - (\sqrt{\tau}\ c)^2}{(\sqrt{\tau}\ c)^2} = \frac{(\sqrt{\tau}\ c)^2}{c^2} = \tau = 0{,}618033...$ gelten muss, wobei letzterer Ausdruck wegen $c = 1$ schließlich die gleiche Gestalt annimmt, wie die vorangehende Formel.

4. 2. Selbsterklärend ist auch die Tatsache, dass τ und τ-Derivate die Parameter der „kinetischen Gesamtmasse“ mit den Parametern der Impulsmasse und mit der Ruhemasse verbinden, sobald die Geschwindigkeit $v = \sqrt{\tau}\ c$ involviert ist. So ist etwa die Spannung $V_{m_{\text{int}}=2m_e} = \frac{m_0 v^2}{e}$ mit jener Spannung $\frac{m_o c^2}{e} = U$, bei der die Impulsmasse gleich zwei Elektronenruhemassen ist, durch den Faktor $1/\tau$ verbunden, weil in diesem Fall wegen $\frac{v^2}{\tau} = c^2$ auch $V_{m_{\text{int}}=2m_e} = \frac{m_0 v^2}{e}\frac{1}{\tau} = \frac{m_0 c^2}{e} = U$ gilt.

5. Nicht trivial sind hingegen die weiter oben z. T. bereits erwähnten allgemeineren Zusammenhänge:

5. 1. Aus der Tatsache, dass die „kinetische Gesamtmasse“ dann gleich zwei Elektronenruhemassen ist, wenn die Geschwindigkeit des Elektrons als $v = \sqrt{\tau} \cdot c = 0{,}786151378\ c$ definiert ist, leitet Verf. eine besondere Bedeutung der „kinetischen Gesamtmasse“ für die Berechnung der kinetischen Energie ab.

5. 2. Auch die Tatsache, dass sich im betrachteten Fall das Quadrat der Elektronengeschwindigkeit zu der mit ihr gesetzmäßig korrelierten Spannung $V_{m_{\text{int}}=2m_e}$ verhält wie die elektrische Elementarladung zur Elektronenruhemasse ($\frac{v^2}{V_{m_{\text{int}}=2m_e}} = \frac{e}{m_e}$). deutet Verf. im Hinblick auf die Experimente zur Bestimmung der elektrischen Elementarladung als einen Hinweis darauf, dass der „kinetischen Gesamtmasse“ die gleiche physikalische Existenz zuzuschreiben ist wie der in diesen Experimenten entdeckten Impulsmasse.

5. 2. 1. Es steht auf einem anderen Blatt, dass in den Experimenten zur Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons nur die Impulsmasse und nicht auch die hier zur Diskussion gestellte „kinetische Gesamtmasse“ entdeckt wurde. Die nachgewiesene Geschwindigkeitsabhängigkeit der „bewegten Masse“ (sprich: des Trägheitswiderstandes des Elektrons) wird in diesen Experimenten als Maß der Ablenkbarkeit des Elektrons durch ein *transversal* angreifendes Magnetfeld bestimmt. Deshalb kann aus dem Versuchsergebnis auch nur auf die Existenz der *transversalen* Impulsmasse geschlossen werden. Es dürfte jedoch unstrittig sein, dass das Elektron auch einer Änderung seines Bewegungszustandes durch die *longitudinal* angreifende Beschleunigungsspannung V einen Trägheitswiderstand entgegensetzt und dass dieser Trägheitswiderstand größer sein muss, als der transversale Trägheitswiderstand. Diese Erkenntnis hat Poincaré so formuliert:: „Ein mit beträchtlicher Geschwindigkeit bewegter Körper setzt Kräften, die ihn von seiner Bahn abzuleiten streben, nicht dieselbe Trägheit entgegen, wie denen, die ihn in seiner Bahn zu beschleunigen oder zu verzögern streben.“ [2].

5. 2. 2. Dieser größere Trägheitswiderstand wurde schon vor der Entwicklung der Einsteinschen speziellen Relativitätstheorie (und danach zeitweilig auch von Einstein selber) durchaus als gegeben vorausgesetzt und sollte als Lorentzsche „longitudinale Masse“ $m_{long} = m_0 / (\sqrt{1 - v^2 / c^2})^3$ z. B. in die Berechnung der kinetischen Energie nach der klassischen Formel $E_{kin} = mv^3 / 2$ eingebracht werden. Überlegungen, die mit der Lorentzschen Hypothese einer Verformung des Elektrons in Bewegungsrichtung („Lorentzkontraktion“) zusammenhängen, führten jedoch dazu, dass die seinerzeitige „longitudinale Masse“ den Trägheitswiderstand mit einem *zu großen* Betrag berechnet, so

dass $v = \sqrt{2eV/m}$ mit dieser Masse die Elektronengeschwindigkeit mit einem *zu kleinen* Betrag liefert. Diese Erkenntnis führte dazu, dass zusammen mit der Lorentzschen „longitudinalen Masse“ auch die klassische Formel der kinetischen Energie „entsorgt“ wurde. Sie wird heute im Zusammenhang mit frei beweglichen Elektronen im quasi-Vakuum nicht mehr ernsthaft diskutiert.

5. 2. 3. Regelmäßig erwähnt wird die Lorentzsche „longitudinale Masse“ nur in der Halbleiterphysik. Diese Tatsache und die entsprechenden Formeln kann Verf. vorläufig nicht diskutieren.

5. 3. Die Tatsache, dass der Goldene Schnitt in einer Berechnung gefunden wurde, die - ausgehend von der bisher nicht zulässigen Gleichsetzung $eV = mv^2/2$ und der daraus abgeleiteten Geschwindigkeitsformel $v = \sqrt{2eV/m}$ - auf die Gleichung $\frac{v^2}{V_{m_{\text{int}}=2m_e}} = \frac{e}{m_e}$ führt, legt den Gedanken nahe, dass auch die Verwendung der Formel $v = \sqrt{2eV/m}$ in den Berechnungen der spezifischen Ladung als ein Hinweis auf die reale Existenz der „kinetischen Gesamtmasse“ zu deuten sei. Verf. hat bisher in den zahlreichen im Internet zu lesenden Texten zur experimentellen Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons keinen Hinweis gefunden, mit dem erklärt würde, warum die Berechnung der spezifischen Ladung grundsätzlich ohne Geschwindigkeitsvorbehalt von der Formel $v = \sqrt{2eV/m}$ ausgeht, obwohl in anderen Zusammenhängen mit ziemlicher Regelmäßigkeit darauf hingewiesen wird, dass diese Formel nicht allgemeingültig ist und obwohl in den Experimenten von Kaufmann, Abraham u. a., die zur Entdeckung der Geschwindigkeitsabhängigkeit der „Masse“ geführt haben, Elektronengeschwindigkeiten $v \geq 0{,}9c$ involviert waren. Das mag damit zu tun haben, dass im heutigen Lehrbetrieb aus diesen Experimenten ohnehin schließlich nicht die spezifische Ladung des *bewegten* Elektrons berechnet wird, sondern (nach Reduzierung auf die Geschwindigkeit $v = 0$) die spezifische Ladung des „ruhenden“ Elektrons.

5. 4. Verf. hat bisher keinen Hinweis auf Experimente gefunden, mit denen die spezifische Ladung des beschleunigten *nicht abgelenkten* Elektrons exakt berechnet würde. Er wagt aber die Behauptung, dass solche Experimenten, wenn sie denn realisierbar wären, zeigen würden, dass die spezifische Ladung des bewegten Elektrons nicht von der Impulsmasse, sondern von der „kinetischen Gesamtmasse“ abhängt. In einem solchen Experiment würde Verf. daher auch eine Möglichkeit zur Falsifizierung des Konzepts der „kinetischen Gesamtmasse“ sehen: Wenn sich nachweisen ließe, dass die spezifische Ladung des *unabgelenkten bewegten* Elektrons ($\sigma' = e/m_{bewegt}$) tatsächlich nur von der Impulsmasse abhängt, wäre die Voraussetzung einer „kinetischen Gesamtmasse“ widerlegt.

6. Wenn das Vorkommen des Goldenen Schnittes in den Parametern der „kinetischen Gesamtmasse“ nicht als physikalisch bedeutungsloser mathematischer Schnörkel abgetan werden soll, stellt sich die Frage, ob sich darin vielleicht eine grundlegende Bedeutung des Goldenen Schnittes und damit des aus ihm folgenden Prinzips der Stetigen Teilung für jenen Modus zu erkennen gibt, nach dem der (die Geschwindigkeitszunahme begrenzende) Trägheitswiderstand wächst. Wird diese Frage bejaht, dann folgt daraus eine nicht-relativistische Begründung für den Einsteinschen Satz von der Vakuumlichtgeschwindigkeit als Grenzgeschwindigkeit.

6. 1. Der Satz von der Vakuumlichtgeschwindigkeit als Grenzgeschwindigkeit in seiner „starken Lesart“ kann nur richtig sein, wenn bei jeder realisierbaren Beschleunigung eines ruhemassebehafteten Körpers der Trägheitswiderstand groß genug ist, um zu verhindern, dass dieser Körper die Vakuumlichtgeschwindigkeit erreicht.

6. 1. 1. Unter der „starken Lesart“ des Satzes von der Grenzgeschwindigkeit versteht Verf. die Annahme, dass die *im quasi-Vakuum eines ruhenden Bezugssystems gemessene* Geschwindigkeit eines ruhemassebehafteten Körpers die Vakuumlichtgeschwindigkeit nicht nur nicht überschreiten, sondern auch nicht erreichen kann. Die Möglichkeiten von „Überlichtgeschwindigkeiten“ in dichteren Medien und die galileische Addition von Geschwindigkeiten, die nach der hier zu vertretenden Auffassung auch auf die vektorielle Addition von Lichtgeschwindigkeit und mechanischer Geschwindigkeit zu einer „resultierenden Geschwindigkeit“ angewendet werden kann, unterliegen nicht dem Satz von der Grenzgeschwindigkeit. Hierzu ausführlicher in einem späteren Abschnitt.

6. 1. 2. In der Optik ist es der nicht-quadratische Dopplereffekt, der den Satz von der Grenzgeschwindigkeit erklärt, indem er verhindert, dass die elektromagnetische Welle beim Wechsel aus einem Isotropiesystem in ein anderes die Geschwindigkeit des früheren Isotropiesystems so „mitnimmt“, wie dies in der Mechanik der Fall ist, wenn z. B. ein Raumflugkörper aus einem Ruhesystem in ein anderes übergeht. Es wird vielmehr die Sendergeschwindigkeit richtungsabhängig mit positivem resp. negativem Vorzeichen in ein Plus resp. Minus an Schwingungsenergie umgewandelt.

6. 2. Für das Elektron lässt sich zeigen, dass der Satz von der Grenzgeschwindigkeit (die prinzipielle Zulässigkeit der Formel $E_{kin} = mv^2/2$ vorausgesetzt) nur gewährleitstet ist, wenn der geschwindigkeitsbegrenzende Trägheitswiderstand als „kinetische Gesamtmasse“ definiert ist. Diese Beweisführung ist selbstredend nur dann stringent, wenn die grundsätzliche Zulässigkeit der Formel „kinetische Energie = Masse x halbes Geschwindigkeitsquadrat“ anerkannt wird. Verf. kennt jedoch kein überzeugendes Argument, das dagegen sprechen würde. Die weiter oben zitierte Behauptung Lenards, dass die Formel $E_{kin} = mv^2/2$ die kinetische Energie „nicht definiert“, kann auch deswegen nicht überzeugen, weil Lenard selbst und andere Autoren es für sinnvoll gehalten haben, die in die obige Formel der kinetischen Energie einzusetzende „bewegte Masse“ durch eine Reihenentwicklung in größtmöglicher Annäherung zu bestimmen. Warum sollte dann eine Berechnung der kinetischen Energie mit Hilfe derselben Formel unter Ansetzung einer als „kinetische Gesamtmasse“ exakt definierten „bewegten Masse“ nicht zulässig sein?

7. Wenn die mit der Existenz der „kinetischen Gesamtmasse“ begründete Allgemeingültigkeit der klassischen Formel der kinetischen Energie anerkannt wird, kann die Tatsache, dass die Präsenz des Goldenen Schnittes in den Parametern der „kinetischen Gesamtmasse“ ohne eine Bezugnahme auf die Lorentzschen Raumzeiteffekte „Kontraktion der Längen“ und „Dilatation der Zeit“ resp. die Einsteinsche „Krümmung der Raumzeit“ nachzuweisen ist, als weiterer Beleg für die Behauptung gewertet werden, dass sich eine allgemeingültige Physik ohne Rückgriff auf diese relativistischen Annahmen begründen lässt.

8. Da die Formeln der „kinetischen Gesamtmasse“ Massenäquivalente der kinetischen Energie (eV/c^2) enthalten, wird an anderer Stelle zu zeigen sein, dass auch die Äquivalenz von Energie und Masse als weiterer Eckstein der relativistischen

Theorie mit Hilfe der relativistischen Raumzeitannahmen nicht begründet werden kann und einer solchen Begründung auch nicht bedarf.

Anhang

Zur Entdeckung des Goldenen Schnittes in den Parametern der „kinetischen Gesamtmasse“

1. Der Goldene Schnitt in den Parametern der „kinetischen Gesamtmasse“ wurde bei der Suche nach einer Formel gefunden, die es ermöglichen sollte, die Geschwindigkeit des Elektrons aus der Formel $v = \sqrt{2eV/m}$
(1)

ohne jede Begrenzung auf Geschwindigkeiten $<<< c$ .zu berechnen, was bekanntlich bisher mit keiner der in der geltenden Theorie zur Verfügung stehenden Massengrößen möglich ist. Trotzdem wird Gl.(1) In der Literatur (z. B. in den Anleitungen zur experimentellen Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons) immer wieder ohne den Geschwindigkeitsvorbehalt genannt.

1. 1. In den vorangehenden Texten wurde gezeigt, dass Formel (1) dann (und nur dann!) allgemeingültig wird, wenn für m die „kinetische Gesamtmasse“ $m_{\text{int}} = 2eV/v^2$ (mit dem Index „int[egral]“ für „Gesamt-„). eingesetzt wird. Diese Formel ergibt sich aus der in der modernen Physik in Ermangelung einer entsprechend definierten Massengröße nicht zulässigen Gleichsetzung $eV = mv^2/2$

1. 2. Die Formel $m_{\text{int}} = 2eV/v^2$ ist jedoch aus zwei Gründen unbefriedigend:

1. 2. 1. Zum einen haftet ihr auf Grund der Ableitung das Odium einer self-fulfilling prophecy an. Diese Eigenschaft hat sie mit den relativistischen Formeln für die „Kontraktion der Längen“ und die „Dilatation der Zeit“ gemein. Und gerade im Hinblick auf diese relativistischen Formeln kann auch in den vorliegenden „Überlegungen…“ die numerische Stimmigkeit dieser Formel allein nicht als Beweis dafür gewertet werden, dass es die mit dieser Formel berechnete Erscheinung wirklich gibt.

1. 2. 2. Zum anderen lässt sich aus Gl. (1) die mit einer Beschleunigungsspannung korrelierte Elektronengeschwindigkeit nur dann berechnen, wenn die „kinetische Gesamtmasse“ bereits bekannt ist. Dafür wird aber wiederum die Geschwindigkeit benötigt. Setzt man nur $2eV/v^2$ in Gl. (1) ein, so erhält man logischerweise ein zwar korrektes, aber nichtssagendes Ergebnis: $v = \sqrt{\frac{2eV}{2eV/v^2}} = v$.

2. Verf. suchte deshalb nach einer Möglichkeit, die Elektronengeschwindigkeit aus der Formel der „kinetischen Gesamtmasse“ zu eliminieren. Diese Formel hat Verf. sehr viel später auch gefunden: $m_{\text{int}} = 2m_0 \frac{V}{U} \frac{1}{[1-1/(V/U+1)^2]}$ (mit $U = m_0 c^2/e$) . Mit ihrer Hilfe kann zunächst die in die Formel $v = \sqrt{2eV/m}$ einzusetzende „kinetische Gesamtmasse“ für die vorgegebene Spannung V berechnet werden, ohne die zugehörige Elektronengeschwindigkeit zu kennen. Danach kann mit diesem Massenwert die Geschwindigkeit berechnet werden. Es kann aber auch, wie Verf.

erst sehr viel später erkannte, die mit einer vorausgesetzten Spannung V gesetzmäßig korrelierte Elektronengeschwindigkeit aus $v = c\sqrt{1-1/(V/U+1)^2}$ massenunabhängig berechnet und danach überprüft werden, ob die Berechnung stimmig bleibt, wenn man in (1) die „kinetische Gesamtmasse“ einsetzt.

3. Es war ein eher glücklicher Zufall. dass Verf. zu Beginn seiner Beschäftigung mit diesen Problemen die zuvor genannten Formeln nicht kannte, weil er anderenfalls möglicherweise niemals darauf aufmerksam geworden wäre, dass sich in den Parametern der „kinetischen Gesamtmasse“ der Goldene Schnitt zu erkennen gibt.

3. 1. In Unkenntnis dieser Formeln entschied sich Verf. für den Versuch, das Massenproblem dadurch zu umgehen, dass zunächst die Geschwindigkeit für eine willkürlich bestimmte „kinetische Gesamtmasse“ berechnet wird. Es bot sich an, die „kinetische Gesamtmasse“ mit der doppelten Elektronenmasse in $v = \sqrt{2eV/m}$ einzusetzen, weil für den analogen Fall „*Impulsmasse* gleich zwei Elektronenruhemassen“ die „Verdoppelungsgeschwindigkeit“ einen besonderen Wert ($v = \sqrt{3/4}\ c$) hat und die zugehörige Spannung durch Naturkonstanten definiert ist: $U = m_0 c^2 / e$. Mit der Vermutung, dass auch im Falle der „kinetischen Gesamtmasse“ die „Verdoppelungsgeschwindigkeit“ irgendwie „besonders“ definiert sein könnte, verknüpfte Verf. die Hoffnung, dass in diesem Fall die Geschwindigkeit umso leichter aufzufinden sein müsste. In dieser Annahme sah sich Verf. gleich zu Beginn der Untersuchung bestärkt:

3. 2. Wird in die (nur unter Ansetzung der „kinetischen Gesamtmasse“ allgemeingültige) Gleichsetzung $eV = mv^2/2$ die „kinetische Gesamtmasse“ mit dem Wert $2m_e$ eingesetzt, so erhält man aus $eV = 2m_e v^2/2$ nach Kürzung und „Umstellung“ ein auffallendes Ergebnis: $\dfrac{v^2}{V_{m_{\text{int}}=2m_e}} = \dfrac{e}{m_e}$.

(2)

3. 3. Wie Gl. (2) zeigt, verhält sich das Quadrat jener Elektronengeschwindigkeit, bei der die „kinetische Gesamtmasse“ gleich zwei Elektronenruhemassen sein soll, zu der mit dieser Geschwindigkeit gesetzmäßig korrelierten Beschleunigungsspannung $V_{m_{\text{int}}=2m_e}$ wie die elektrische Elementarladung e zur Elektronenruhemasse, d. h. wie die spezifische Ladung des „ruhenden Elektrons“ ($\sigma = e/m_e$). Durch diesen Zusammenhang sah sich Verf. in der Auffassung bestärkt, dass der „kinetischen Gesamtmasse“ außer einer rechnerischen auch eine physikalische Bedeutung zukommt, zumal die Erkenntnis, dass die „bewegte Masse“ geschwindigkeitsabhängig ist. seinerzeit aus Experimenten zur Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons gewonnen wurde. Hierzu vgl. im Hauptteil die Absätze 3. 2. und 5. 2. 1.

3. 3. 1. Verf. vermag nicht zu beurteilen, ob in diesem Zusammenhang wirklich von einem „ruhenden Elektron“ gesprochen werden darf. Er setzt deshalb diesen Begriff in Anführungszeichen und fügt hinzu, dass damit nicht mehr gemeint ist als die übliche Annahme, dass die spezifische Laden des Elektrons durch das Verhältnis der elektrischen Elementarladung e zur Elektronenruhemasse $m_e = m_0$ definiert ist.

4. Weil einerseits die Naturkonstanten e und m_e und damit die spezifische Ladung des *ruhenden* Elektrons sehr genau bekannt ist und andererseits mit jeder durchlaufenen Beschleunigungsspannung V eine bestimmte Elektronengeschwindigkeit v gesetzmäßig korreliert ist, ging Verf. davon aus, dass sich aus $\frac{v^2}{V_{m_{\text{int}}=2m_e}} = \frac{e}{m_e}$ jene einzige Korrelation $\frac{v^2}{V_{m_{\text{int}}=2m_e}}$ bestimmen lassen müsste, mit der Gl. (2) erfüllt ist.

4. 1. Zur Zeit der ersten Niederschrift dieser Überlegungen ergab sich die spezifische Ladung des ruhenden Elektrons mit der Elementarladung $e = 1{,}6021765 \cdot 10^{-19}\ C$ und der Elektronenruhemasse $m_e = 9{,}1093897 \cdot 10^{-31}\ kg$ zu $1{,}75881869123 \cdot 10^{11}\ C/kg$. Diese Werte liegen den nachfolgenden Berechnungen zugrunde. Seither hat sich der Betrag der „spezifischen Ladung“ des ruhenden Elektrons mit der Präzisierung der Werte für m_e und e ab der sechsten Stelle hinter dem Komma geringfügig zu $1{,}758820088(39) \cdot 10^{11}\ C/kg$ geändert.

5. Es war nicht zu erwarten, dass der gesuchte Quotient $\frac{v^2}{V_{m_{\text{int}}=2m_e}}$ in der Literatur zu finden sein würde, da nach Kenntnis des Verfassers diese besondere Korrelation in keinem anderen Zusammenhang je diskutiert wurde und die veröffentlichten Tabellen viel zu unvollständig sind. Immerhin ließ sich der in Frage kommende Geschwindigkeitsbereich durch folgende Überlegung eingrenzen:

5. 1. Eine Obergrenze war durch jene Geschwindigkeit $v = \sqrt{3/4}\ c = 0{,}866025404\, c$ gegeben, bei der die *Impulsmasse* gleich zwei Elektronenruhemassen ist: Da sich zeigen lässt, dass sich die kinetische Energie aus der klassischen Formel unter Ansetzung der Impulsmasse mit einem zu kleinen Betrag berechnet, war davon auszugehen, dass bei gleicher Geschwindigkeit die „kinetische Gesamtmasse“ größer sein muss als die Impulsmasse. Unter dieser Annahme musste wiederum die Geschwindigkeit, bei der die „kinetische Gesamtmasse“ gleich zwei Elektronenruhemassen ist, *kleiner* sein als $v = 0{,}866\ c$.

5. 2. Es wurde daher zunächst für den vorausgesetzten Fall, dass die „kinetische Gesamtmasse“ gleich zwei Elektronenruhemassen sei, die Elektronengeschwindigkeit „auf Verdacht“ mit dem kleineren Betrag $v = 0{,}7\ c$ und die mit dieser Geschwindigkeit korrelierte Spannung mit dem aus der Literatur entnommenen Wert $\mathrm{V} \approx 203\,000\ \mathrm{Volt}$ [3] angesetzt. Mit diesen Werten ergibt sich das gesuchte Verhältnis mit einem deutlich *zu großen* Betrag: $v^2/V = 216\,940\,905\,212$. Somit war das gesuchte (und nach heutigem Kenntnisstand geringfügig zu korrigierende) Verhältnis $v^2/V_{m_{\text{int}}=2m_e} = e/m_e = 175\,881869123$ zwischen $0{,}7c$ und $0{,}8\ c$ zu lokalisieren.

6. Um die im Quotienten v^2/V enthaltene Elektronengeschwindigkeit möglichst präzise zwischen den genannten Eckwerten bestimmen zu können, war nach einer einfachen Formel zu suchen, die es erlauben würde, durch Eingabe zu- oder abnehmender Werte für v die gesuchte Korrelation von Geschwindigkeit und Beschleunigungsspannung zu finden. Es lag auf der Hand, dass diese Formel massenunabhängig sein musste, um handhabbar zu sein.

6. 1. Eine Formel dieser Art hatte Verf. inzwischen mit $v = c\sqrt{1-1/(V/U+1)^2}$ (mit $U = m_0c^2/e$) gefunden. Der Beginn dieser Untersuchung liegt fast zwei Jahrzehnte zurück und Verf. kann wegen seiner nachlassenden Sehkraft aus den seinerzeitigen Aufzeichnungen nicht mehr rekonstruieren, ob er diese Formel selbst abgeleitet hat oder ob sie publizierten Texten zu entnehmen war. Er geht aber davon aus, dass in der Elektronentheorie diese Formel seit langem bekannt ist.

6. 1. 1. Es sei hier einer von mehreren Wegen beschrieben, auf denen man zu dieser Formel gelangt: Mit $v = c\sqrt{1-(m_0/m_{imp})^2}$ ist eine Formel gegeben, aus der sich die Elektronengeschwindigkeit in Abhängigkeit von den unstrittigen Größen Ruhemasse und Impulsmasse berechnen lässt : Wegen $m_{imp} = m_9 + eV/c^2$ erhält man $v = c\sqrt{1-(\frac{m_0}{m_0+eV/c^2})^2}$ und somit $v = c\sqrt{1-(\frac{1}{(1+eV/m_0c^2)})^2}$. Daraus ergibt sich wegen $U = m_0c^2/e$ und somit $e/m_0c^2 = 1/U$ zunächst $v = c\sqrt{1-(\frac{1}{(1+V/U)})^2}$ und schließlich $v = c\sqrt{1-1/(V/U+1)^2}$.

7. Die Arbeit mit dieser Formel schien aber noch immer sehr aufwendig.

7. 1. Es lag auf der Hand, dass sich ein Berechnungsschritt einsparen ließ, wenn es gelang, in der Formel $v = \sqrt{1-1/(1+V/U)^2}c$ die Unbekannte V zu eliminieren. Nach Quadrieren auf beiden Seiten und Umformung erhält man aus $v = \sqrt{1-1/(1+V/U)^2}c$ zunächst $\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{1}{(1+V/U)^2}$.

(3)

Aus der Voraussetzung $v^2/V = e/m_0$ folgt wegen $U = m_0c^2/e$ und somit $e/m_0 = c^2/U$ die *nur für den betrachteten Fall geltende* Gleichsetzung $v^2/V = c^2/U = e/m_0$ und somit auch .$V/U = v^2/c^2$

(4)

Es kann nun auf der rechten Seite von Gl. (3) im Nenner V/U durch v^2/c^2 ersetzt werden: $v^2/c^2 = 1 - \frac{1}{(1+v^2/c^2)^2}$.

(5).

Wie man sieht, enthält Gl. (5) als Unbekannte nur noch das Geschwindigkeitsquadrat.

7. 2. Schreibt man der Bequemlichkeit halber x für v^2/c^2, so erhält man aus Gl. (5) $x = 1 - \frac{1}{(1+x)^2}$ resp. nach „Umstellung“ $\frac{1}{(1+x)^2} = 1-x$ und (nach Ziehen der Wurzel auf beiden Seiten) $\frac{1}{1+x} = \sqrt{1-x}$ bzw. $\frac{1}{\sqrt{1-x}} = 1+x$.

(6)

8. Mit Hilfe dieser kompakten Formel war mit geringem Aufwand jenes x zu finden, mit dem Gl. (6) erfüllt ist. Dabei war zu bedenken, dass wegen $x = v^2/c^2$ und somit $v = \sqrt{x}\,c$ aus der zuvor begründeten Einschränkung, dass sich die gesuchte Geschwindigkeit zwischen $0{,}7$ und $0{,}8$ ergeben sollte, folgt, dass $x < 0{,}7$ sein muss. Es wurden deshalb so lange abnehmende Werte $< 0{,}7$ für x in Gl. (6) eingegeben, bis mit $x \approx 0{,}61803398875$ (gerundet) jene Zahl gefunden war, mit der Gl. (6) erfüllt ist. Diese offensichtlich „besondere“, dem Verf. unbekannte Zahl nannte er zufällig τ.

9. Im nächsten Schritt war die gesuchte Elektronengeschwindigkeit leicht zu ermitteln. Aus $v^2/c^2 = x = \tau$ folgt $v^2 = \tau c^2$ und somit $v = \sqrt{\tau}\,c$. M. a. W., es war mit $v = \sqrt{\tau}\,c = 0{,}786151378\,c$ jene Elektronengeschwindigkeit gefunden, die in der Gleichung $\frac{v^2}{V} = \frac{e}{m_e}$ enthalten ist.

10. Schließlich war noch zu überprüfen, ob mit der so berechneten Elektronengeschwindigkeit tatsächlich jene Beschleunigungsspannung $V_{m_{\text{int}}=2m_e}$ korreliert ist, mit der die Gleichung $\frac{v^2}{V_{m_{\text{int}}=2m_e}} = \frac{e}{m_e}$ erfüllt ist. Mit der Formel

$$V = \left(\sqrt{\frac{c^2}{c^2 - v^2}} - 1\right) \cdot U \qquad \textbf{(7)}$$

konnte der Geschwindigkeit $\sqrt{\tau}\,c = 0{,}786151378\,c$ die Beschleunigungsspannung $V = 315\,814{,}956252\,eV$ zugeordnet werden. Mit dem Taschenrechner ließ sich leicht nachrechnen, dass sich mit den so gefundenen Werten $v^2/V = 175\,881869123$ ergibt. Dieses Ergebnis verfehlt den (zur Zeit der ersten Niederschriften dieser Überlegungen geltenden) Literaturwert der spezifischen Ladung des ruhenden Elektrons (175881869122) nur um einen Zähler an der 12. Stelle. Diese Abweichung deutete Verf. als Rundung des Taschenrechners.

10. 1. Eine Nachrechnung mit den jetzt gültigen Werten für e und m_e muss Verf. zunächst zurückstellen, weil sein Taschenrechner nicht genügend zusätzliche Speicherplätze für die jetzt geltenden Werte bereitstellt. Er wagt aber die Behauptung, dass sich an der Richtigkeit der obigen Berechnung nichts ändern würde.

10. 2. Die Abweichung von einem Zähler an der 12. Stelle rechtfertigt im übrigen auch die sonst unübliche Angabe der Werte mit allen Nachkommastellen, die der Taschenrechner liefert: Ohne diese Ausführlichkeit wäre die Exaktheit der Berechnungen in vielen Fällen nicht überprüfbar gewesen.

11. Es war noch nach der Bedeutung der wie oben abgeleiteten Zahl τ zu fragen. Verf. hat Herrn Prof. Dr. Michael Dlabka für den Hinweis zu danken, dass $\tau = 0{,}6180339887$ der Kehrwert der Goldenen Zahl $\phi = 1{,}6180339887(5) = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ist. Damit wurde auch verständlich, warum die verwendete Formel (6) ein so eindeutiges Ergebnis liefert: Der gesuchte Wert für x und damit auch für $\sqrt{x}$ muss nach

Voraussetzung <1 sein. Mit $x<1$ kann die Gleichung $\frac{1}{\sqrt{1-x}}=1+x$ aber nur dann eindeutig erfüllt sein, wenn x durch den Kehrwert der Goldenen Zahl gegeben ist.

11. 1. Erst Jahre nach Abschluss der Erstfassung dieses Textes ist Verf. im Internet auf einige bereits vorliegende Arbeiten zur Bedeutung des Goldenen Schnittes in der Physik gestoßen [4].

Anmerkungen

[1] Lenard, Philipp: Deutsche Physik, 3. Aufl., 1943, IV, S. 264

[2] Poincaré, H.: Der gegenwärtige Stand und die Zukunft der mathematischen Physik (1904), (Zitiert nach der unter „Wikisource“ im Internet publizierten Übersetzung von Emilie Weber.)

[3] Lenard, a. a. O., S. 185

[4] Im Internet sind vor allem Texte zur Methode des *Golden Section Search* zu finden, der auch die hier referierte Suche nach der Elektronengeschwindigkeit $v=\sqrt{\tau}\ c$ zuzuordnen wäre. Es wird gelegentlich auch von anderen physikalischen Parametern berichtet, die exakt durch die Goldene Zahl definiert sind: In einer Mitteilung des Helmholtz-Zentrums in Berlin aus dem Jahre 2010 wird z. B. unter dem Titel „Den Goldenen Schnitt gibt es auch in der Quantenwelt“ von der Entdeckung des Goldenen Schnittes in Resonanz-Frequenzen in quantenphysikalischen Experimenten berichtet.

Oskar Törne
1995 - 8. April 2014